Introduzione alla Matematica dei Processi Generativi

C. Giannantoni
ENEA - "Ente per le Nuove Tecnologie, l'Energia e l'Ambiente"- Centro Ricerche Casaccia, S. Maria di Galeria, Roma

Sommario

Questo lavoro costituisce una sintetica presentazione dei presupposti fondamentali che sono alla base di un nuovo approccio matematico, denominato Calcolo Differenziale Incipiente, che, diversamente dal Tradizionale Calcolo Differenziale, si mostra particolarmente indicato per l'analisi dei Processi Generativi. Il lavoro è da considerarsi solo a carattere introduttivo in quanto tale tipo di calcolo è più ampiamente sviluppato nei vari riferimenti bibliografici che verranno progressivamente richiamati. Esso trae origine dal tentativo di dare una appropriata formulazione matematica al Maximum Em-Power Principle (Giannnantoni, 2002, 2006b), proposto da H. T. Odum come Quarto Principio Termodinamico (Odum, 1994a,b,c,d). Tale Principio, infatti, considera i Sistemi termodinamici come sistemi auto-organizzanti ed assume, come suo specifico fondamento, un'Algebra non-conservativa (denominata Algebra Emergetica) per sottolinearne così una loro essenziale peculiarità: l'intrinseca "irriducibilità" ad una descrizione in termini di sola quantità. Questo tipo di Algebra, pertanto, non è altro che l'espressione formalizzata del fatto che i Sistemi termodinamici vengono riconosciuti come "veicolo" di una particolare forma di Qualità, intesa come un'Eccedenza Irriducibile. L'Algebra Emergetica evidenzia così, per la prima volta in ambito scientifico, che: "vi sono processi, in Natura, non riducibili a semplici meccanismi".
L'analisi di tre Processi fondamentali, tipici dei Sistemi auto-organizzanti (Co-produzione, Inter-azione, Retro-azione (o Feed-back)), e le associate Regole di Algebra non-conservativa che li caratterizzano, consentiranno di illustrare gli elementi fondamentali che hanno suggerito un diverso concetto di derivata e, conseguentemente, un nuovo tipo di Calcolo Differenziale.

Introduzione. Quale Matematica in Biologia?

L'analisi dei Sistemi Complessi viene generalmente affrontata con metodi matematici sostanzialmente basati sul Calcolo Differenziale Tradizionale. Tali metodi, pertanto, tengono prevalentemente conto delle sole *quantità* e, come necessaria conseguenza, si presentano con caratteristiche di tipo rigorosamente *conservativo*. Non solo in condizioni di regime permanente, ma anche in condizioni dinamiche.
Ma è altrettanto vero che questa tipologia di Calcolo Differenziale mostra sovente i suoi limiti intrinseci quando, in particolare, viene adottato per la descrizione dei Sistemi *viventi*. Questi, infatti, presentano una varietà di caratteristiche così ampia che, nella maggior parte dei casi, questa va ben al di là delle capacità descrittive delle tradizionali equazioni differenziali, fondate (lo ricordiamo) su una nozione di *derivata* concettualmente definita *a posteriori*.
A tal riguardo, diversi Autori rinnovano sovente l'istanza per la elaborazione di una diversa Matematica, più specificamente finalizzata alla descrizione dei Processi Biologici: "*Probabilmente metodi di analisi innovativi e specialmente un nuovo tipo di matematica saranno necessari per spiegare molte strutture viventi…*" (Monastra, 2000, p. 38).
In questo lavoro presentiamo allora un diversa tipologia di Calcolo Differenziale che trae origine dall'Analisi Emergetica ed, in particolare, dall'*Algebra* Emergetica, cioè quella particolare forma di Algebra *non-conservativa* introdotta, in tale contesto, dal Prof. H. T. Odum. Quando infatti questo tipo di Algebra viene progressivamente generalizzato in ambito dinamico, dà origine ad un nuovo tipo di calcolo differenziale, sinteticamente denominato "*Calcolo Differenziale Incipiente*".
Inoltre, tenuto conto che l'Analisi Emergetica rappresenta un approccio termodinamico estremamente generale, il Calcolo Differenziale che ne scaturisce non risulta ap-

plicabile soltanto ai sistemi viventi (Biologia), ma a qualsiasi Processo Generativo (inteso nel senso più ampio del termine). Infatti (ed è ciò che stupisce maggiormente) tale calcolo differenziale risulta più appropriato (del precedente) *anche* per la descrizione dei Sistemi *non-viventi* (Giannantoni, 2004c, 2007).
L'Analisi Emergetica, infatti, interpreta i Sistemi termodinamici come sistemi *auto-organizzanti* e li analizza alla luce del Maximum Em-Power Principle (Odum, 1994a,b,c,d, 1995a,b). A tal fine fa esplicitamente ricorso, quale suo specifico *fondamento*, ad un'Algebra *non-conservativa* (Brown 1993; Brown & Herendeen 1996) proprio per sottolinearne, così, un'essenziale *peculiarità*: la loro intrinseca "irriducibilità" a sola quantità. Una sorta di "anticipazione" (sul piano formale) del fatto stesso che essi sono "veicolo" di una particolare Qualità, intesa come un'*Eccedenza Irriducibile*.
Esaminiamo dunque le Regole fondamentali dell'Algebra Emergetica da cui è stato tratto lo spunto per la definizione di un nuovo concetto di "derivata".

La "Contabilizzazione" della Qualità come *Eccedenza Irriducibile*

Le tre Regole fondamentali dell'Algebra Emergetica riguardano, rispettivamente, i Processi di *Co-produzione*, *Inter-azione* e *Retro-azione* (o *Feed-back*). Sono questi tre Processi Generativi in cui la Qualità, associata all'Energia effettivamente *disponibile* in uscita, si origina sotto diverse e variegate forme. Tale Qualità è rappresentata da un grandezza denominata *Trasformità* (o *Transformity*), la quale, moltiplicata per l'*Energia disponibile* (o *Exergia*), definisce la grandezza termodinamica *Emergia*. Questa, infatti, può essere (verbalmente) definita come l'Exergia totale, direttamente e indirettamente spesa per la generazione di un prodotto (o servizio), computata però nel rispetto delle Regole di Algebra Emergetica. Le altre Regole, invece, si riferiscono alle varie modalità di *trasferimento* della Qualità dall'ingresso all'uscita di un Sistema, oppure tra Sistemi diversi.
Queste Regole sono già state analizzate in precedenti lavori e sotto svariate prospettive (v. p. es. (Giannantoni, 2000a, 2001a,c, 2004a). Qui ci limiteremo pertanto a considerare tali Regole nella specifica prospettiva che ci occupa, e cioè quella di: i) sottolineare dapprima la *specificità* di ciascuna di esse proprio nel "registrare" la *genesi* di una "Eccedenza di Qualità" (in regime permanente); ii) evidenziarne così i caratteri salienti che hanno poi guidato alla loro generalizzazione in condizioni *comunque variabili*. E' doveroso infatti ricordare che è stato proprio il processo di formalizzazione *dinamica* di queste *tre Regole fondamentali* che ha consentito, poi, di sviluppare un nuovo linguaggio matematico-differenziale, in grado di "registrare" ed "esprimere" (in termini formali) anche *diverse altre* manifestazioni della Qualità, così come essa "emerge" nei più svariati fenomeni della Fisica, tanto nei Sistemi *viventi* che *non-viventi*.

1. Il Processo di Co-produzione e l'associata Regola di "contabilizzazione" della Qualità

Un Processo di Co-produzione, preliminarmente considerato (per ragioni di semplicità) con due soli *co-prodotti* in uscita, può essere schematizzato come in Fig. 1.
La Regola di Algebra Emergetica, specifica di questo Processo (con ingresso ed uscite costanti), afferma che: "*By-products from a Process have the total Emergy assigned to each pathway*" (Brown 1993; Brown & Herendeen 1996), ovvero: "*A ciascun co-prodotto in uscita dal Processo si assegna la stessa Emergia totale in ingresso*". In termini formali la Regola può tradursi così:

$$\dot{E}m(y_1) = \dot{E}m(u) \qquad (1.1)$$

$$\dot{E}m(y_2) = \dot{E}m(u) \qquad (1.2)$$

dove le grandezze indicate sono espresse in termini di "Flussi di Emergia". A tal riguardo è di fondamentale importanza evidenziare le ragioni *logiche*, oltre che fenomenologiche, che hanno suggerito al Prof. Odum l'enunciato di questa regola fondamentale. Ciò consentirà di evidenziare la *stra-ordinarietà* di questa Regola. Possiamo anche dire la sua "*genialità*". Proprio per l'insito tentativo di "registrare" (a regime permanente) la Qualità come un'*Eccedenza Irriducibile*.
Supponiamo (per semplicità) che la Trasformità (*Tr*) dell'Emergia in ingresso sia pari a 1 seJ/J. Ciò equivale a considerare un'Emergia in ingresso direttamente di origine solare. In tal caso si avrebbe

$$\dot{E}m(u) = 1 \cdot \dot{E}x(u) \qquad (1.3).$$

L'Emergia in ingresso sarebbe cioè pari a tutta l'*Energia*

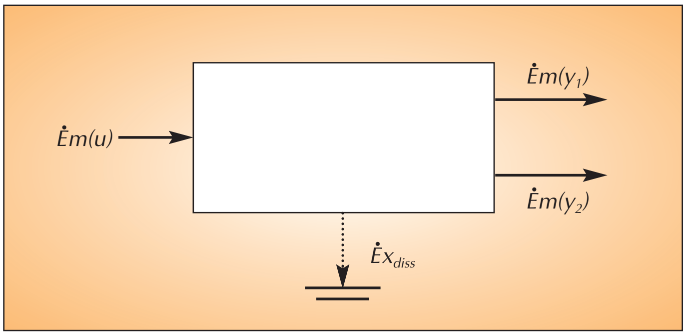

Fig. 1 - Schema fenomenologico di un Processo di Co-produzione

disponibile (o *Exergia*) che poi si ritrova in parte nei co-prodotti $\dot{E}x(y_1)$ e $\dot{E}x(y_2)$ in uscita, e in parte si dissipa $(\dot{E}x_{diss})$ in conseguenza del Secondo Principio della Termodinamica, comunque in modo tale da rispettare il bilancio:

$$\dot{E}x(u) = \dot{E}x(y_1) + \dot{E}x(y_2) + \dot{E}x_{diss} \qquad (1.4).$$

Supponiamo ora che l'Exergia dissipata $\dot{E}x_{diss}$ possa assegnarsi (in misura diversa) ai due co-prodotti secondo le seguenti relazioni

$$\dot{E}x_{diss,1} = Tr_{ex,diss,1} \cdot \dot{E}x(y_1) \qquad (1.5) \text{ e}$$

$$\dot{E}x_{diss,2} = Tr_{ex,diss,2} \cdot \dot{E}x(y_2) \qquad (1.6).$$

Queste rappresentano l'Exergia *indirettamente* spesa per la generazione di ciascun co-prodotto.
La quota residua $[\dot{E}x(u) = \dot{E}x_{diss}]$ potrà essere anch'essa assegnata (in appropriata misura) ai due distinti co-prodotti secondo la relazione di carattere complessivo:

$$\dot{E}x(u) - \dot{E}x_{diss} = Tr_{ex,dir,1} \cdot \dot{E}x(y_1) + Tr_{ex,dir,2} \cdot \dot{E}x(y_2) \qquad (1.7)$$

in cui i fattori adimensionali $Tr_{ex,dir,1}$ e $Tr_{ex,dir,2}$ rappresentano le rispettive quote di Exergia di Ingresso *direttamente* spesa per la generazione di ciascun co-prodotto. In totale si avrà:

$$\dot{E}x(u) = (Tr_{ex,dir,1} + Tr_{ex,diss,1}) \cdot \dot{E}x(y_1) + (Tr_{ex,dir,2} + Tr_{ex,diss,1}) \cdot \dot{E}x(y_2) \qquad (1.8).$$

A questo punto interviene l'*originale intuizione* di Odum, il quale, riconoscendo la *specificità* del Processo di Co-produzione (fondato sulla *impossibilità* di generare un prodotto senza co-generare anche l'altro), assume che tale Processo Co-produttivo possa essere caratterizzato in un modo *del tutto specifico* assegnando, ad ogni co-prodotto, non solo l'Exergia *direttamente* e *indirettamente* spesa per generarlo, ma anche quella *complementare*, cioè quella (direttamente e indirettamente) spesa per generare l'*altro* co-prodotto. *Nasce così il concetto di Emergia*. Si potrà infatti scrivere:

$$\dot{E}m(y_1) = (Tr_{ex,dir,1} + Tr_{ex,diss,1}) \cdot \dot{E}x(y_1) + [(Tr_{ex,dir,2} + Tr_{ex,diss,1}) \cdot \dot{E}x(y_2)]^* = Tr_1 \cdot \dot{E}x(y_1) \qquad (1.9)$$

$$\dot{E}m(y_2) = (Tr_{ex,dir,2} + Tr_{ex,diss,1}) \cdot \dot{E}x(y_2) + [(Tr_{ex,dir,1} + Tr_{ex,diss,1}) \cdot \dot{E}x(y_1)]^* = Tr_2 \cdot \dot{E}x(y_2) \qquad (1.10),$$

dove l'"asterisco" è stato introdotto per evidenziare che le Exergie così contrassegnate sono quelle di natura *complementare*. Queste, pertanto, *non entrano in un bilancio strettamente Energetico, ma solo in quello Emergetico*, per caratterizzare così, inconfondibilmente, la *specificità* del Processo di Co-produzione. Ciò si traduce anche nel fatto che le condizioni (1.1) e (1.2) andrebbero più propriamente intese come

$$\dot{E}m(y_1) \overset{*}{\doteq} \dot{E}m(u) \qquad (1.1) \qquad \dot{E}m(y_2) \overset{*}{\doteq} \dot{E}m(u) \qquad (1.2),$$

dove il simbolo $\overset{*}{\doteq}$ vuole esplicitamente ricordare che l'"uguaglianza" è solo l'esito di una "assegnazione", di una "attribuzione" (v. il termine "*assigned*" nella definizione in Inglese), che *non implica* né una lettura *funzionale*, né *causale* (efficiente), né *necessaria* (in senso logico). E' solo l'esito di una più aderente rappresentazione della *specificità* del Processo considerato[1].
Possiamo allora sicuramente affermare che questo rappresenta il *primo tentativo* di "contabilizzazione" (a livello squisitamente *algebrico*) della *Qualità Irriducibile* che si origina, *inconfondibilmente*, nel Processo di Co-produzione. Ed è proprio questa specificità che dovrà essere poi fedelmente generalizzata in termini dinamico-differenziali.

2. Il Processo di Inter-azione e l'associata Regola di "contabilizzazione" della Qualità

Un generico Processo di Inter-azione può essere schematicamente rappresentato come in Fig. 2.
Il Processo così rappresentato è perfettamente aderente, sia nella simbologia (introdotta dallo stesso Odum), sia in termini matematici, a quanto stabilisce la pertinente Regola di Algebra Emergetica: "*Output Emergy of an interaction Process is proportional to the product of the Emergy inputs*" (Odum, 1994a). Ovvero: "*L'Emergia in uscita da un Processo di Inter-azione è proporzionale al prodotto delle Emergie in ingresso*". In termini formali si scriverà pertanto:

$$Em(y) = k_{em} \cdot Em(u_1) \cdot Em(u_2) \qquad (2.1),$$

dove per ragioni di semplicità le grandezze che vi compaiono sono già intese come "Flussi di Emergia" (anche in assenza del segno di derivazione "punto").

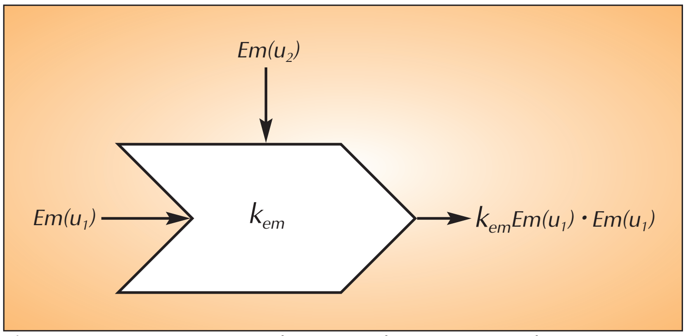

Fig. 2 - Rappresentazione schematica di un Processo di Interazione

Anche la (2.1), com'è facile immaginare, è evidentemente intesa come una Regola di "assegnazione" (cioè con il simbolo $\overset{*}{=}$), e pertanto il coefficiente di "proporzionalità" k_{em} è da intendersi in "senso" Ordinale, cioè quale espressione di una *Eccedenza Irriducibile*. Per mostrarlo più chiaramente si può adottare una rappresentazione (del tutto equivalente) che fa ricorso al concetto di Flusso Sorgente di Emergia (Giannantoni, 2002, 2006b). Si potrà così evidenziare più facilmente come il Processo di Inter-azione introduca una *Eccedenza* rispetto alla semplice "somma" degli ingressi. Una Eccedenza che è solo apparentemente "quantitativa", perché in realtà essa "veicola" con sé dei caratteri assolutamente *irriducibili* a sola *cardinalità*. Proprio per questo può dirsi, più espressivamente, un'*Eccedenza Ordinale*.
Dal punto di vista di un puro Bilancio Emergetico, infatti, con ingressi ed uscita costanti, si dovrebbe formalmente scrivere

$$Em(u_1) + Em(u_2) = Em(y) \qquad (2.2).$$

Il confronto fra la (2.1) e la (2.2) consente di riconoscere che il fattore di proporzionalità k_{em} è definito (di fatto) come

$$k_{em} = \frac{Em(u_1) + Em(u_2)}{Em(u_1) \cdot Em(u_2)} \qquad (2.3).$$

A questo punto è facile ristrutturare l'Eq. (2.2) in modo tale che abbia una forma analoga a quella di un bilancio Emergetico più generale, che contempli cioè, in aggiunta agli ingressi e all'uscita, anche un termine di Sorgente. Cosicché si potrà, più appropriatamente, scrivere che

$$Em(u_1) + Em(u_2) + \Phi(u_1,u_2) = Em(y) \qquad (2.4).$$

Questo bilancio è graficamente illustrato dalla Fig. 2b che, per comodità di confronto, è affiancata alla Fig. 2a (che riproduce esattamente la Fig. 2)

E' altresì evidente che il Flusso Sorgivo $\Phi(u_1,u_2)$ può assumere, *in linea di principio*, anche una struttura più generale di quella strettamente derivabile dalle rappresentazioni precedenti, relative a condizioni in regime permanente. Per questo si può subito pensare ad una struttura del tipo

$$\Phi(u_1,u_2) = [Em(u_1) + Em(u_2)] \cdot \left\{ \frac{k^*_{em} \cdot Em(u_1) \cdot Em(u_2)}{Em(u_1) + Em(u_2)} - 1 \right\} \qquad (2.5).$$

Questa espressione è sufficientemente generale (almeno per gli scopi che qui ci proponiamo) per poter mostrare che anche il Processo di Inter-azione introduce un'*Eccedenza Ordinale*.
A tal fine osserviamo preliminarmente che, se vogliamo analizzare un Processo di Inter-azione in condizioni di regime permanente, con ingressi ed uscite costanti, è sufficiente assumere

$$k^*_{em} = k_{em} \qquad (2.6).$$

La (2.5), però, lascia anche intuire che il Termine di Sorgente, in condizioni dinamiche *comunque variabili*, potrebbe anche essere caratterizzato da un fattore di proporzionalità molto diverso da quello a regime permanente. Ed è questa la ragione fondamentale che suggerisce di assumere, come punto di partenza delle nostre considerazioni, proprio la struttura più generale (2.5).
Anche in questo caso (come già nella Co-produzione) è fondamentale ricercare le ragioni che hanno suggerito al Prof. Odum di ipotizzare, per il Processo di Inter-azione, proprio la struttura (2.1).
A tal fine occorre osservare che Odum non attribuisce uno specifico valore "*numerico*" al fattore di proporzionalità k_{em}. In altre parole egli definisce *solo* una particolare *relazione formale*, lasciando che il valore del fattore di proporzionalità k_{em} venga definito dal fenomeno interattivo di volta in volta considerato. Ciò nondimeno è di particolare rilievo (soprattutto per quanto si dirà più oltre) analizzare se il fattore di proporzionalità k_{em} è caratterizzato da un valore *minimo* e, allo stesso tempo, se

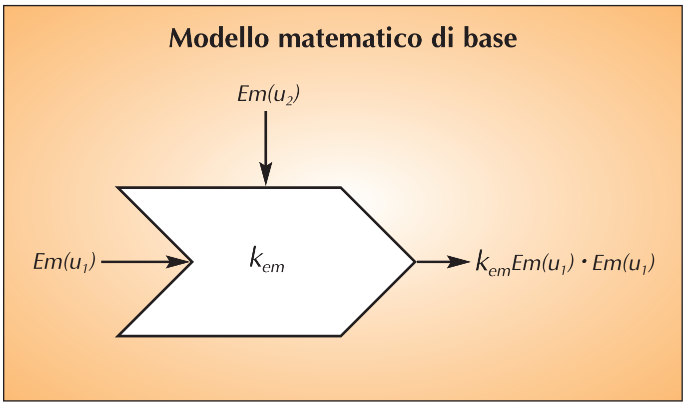

Fig. 2a - Modelli matematici per il Processo di Interazione

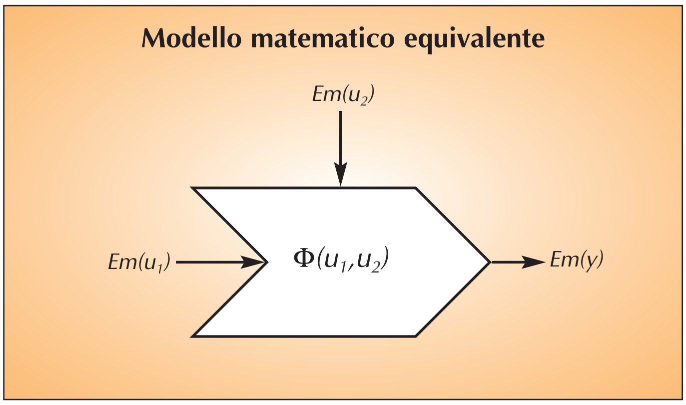

Fig. 2b - Modelli matematici per il Processo di Interazione

questo sia *indipendente* (o meno) dai flussi inter-attivi $Em(u_1)$ ed $Em(u_2)$ in ingresso.
Se si suppone allora che il Flusso Sorgivo (2.5) soddisfi l'ovvia condizione $\Phi(u_1,u_2)\geq 0$ e, per comodità di valutazione, si assume anche $Em(u_1) = Em(u_2)$, si riscontra che la relazione (2.1) può essere considerata generalmente valida se il fattore di proporzionalità k_{em} soddisfa la condizione

$$k_{em} \geq 2 \qquad (2.7).$$

Pertanto il fattore di proporzionalità k_{em} ha un *valore minimo* pari a $k_{em,min} = 2$, e questo valore è del tutto *indipendente* dai flussi interattivi in ingresso. La sola limitazione è che ciascuno di essi abbia un valore *almeno* pari (o superiore) a 1 seJ/unità di tempo. Questo valore di Emergia è così modesto che la (2.1) può essere ritenuta valida in tutte le condizioni operative di più usuale interesse.
Se ora, alla luce di quanto appena esposto, riconsideriamo la "struttura" della equazione (2.1), si può facilmente riconoscere che il fattore k_{em} caratterizza l'Interazione non tanto perché è un parametro dimensionale, né perché appare (a sua volta) come *fattore* (indipendente) di un *prodotto* di Emergie, ma perché, indipendentemente dalla eccedenza espressa dal prodotto dei flussi Emergetici, caratterizza l'Inter-azione con una sua specifica Eccedenza "*Extra*", di carattere *Ordinale* (anche se formalmente indicata in termini "scalari"). Si ha così che, anche nella Inter-azione, come già nella Coproduzione, Odum fa ricorso ad un Algebra *non-conservativa* per poter esprimere, attraverso di essa, il manifestarsi di una *Eccedenza* di origine non strettamente "quantitativa". Ed è proprio questo che consente di affermare che il "fattore" ha uno specifico "senso" Ordinale. Per mostrarlo ancor più chiaramente si può subito osservare che la struttura della (2.1), così come intesa da Odum, esprime, anche matematicamente, un concetto *soggiacente* particolarmente "innovativo". Infatti l'idea stessa di assumere una relazione di proporzionalità in termini Emergetici non è un concetto semplicemente *riducibile* alle tradizionali relazioni che si incontrano nella Fisica (come, p. es., la proporzionalità al "prodotto delle masse" nella Legge di Newton per la Gravità). Perché le Emergie dei due Flussi in ingresso, accanto alla loro specifica *cardinalità*, veicolano, attraverso le *Trasformità*, anche una pertinente *Ordinalità*. Infatti ogni Flusso Emergetico non è altro che l'espressione di una potenzialità *generativa*. Cosicché la "reciproca azione" (come *Inter-azione*) fra i due flussi *generativi* dà origine ad un'Eccedenza che non è riducibile ai soli presupposti fenomenologici del Processo considerato. La definizione (2.1), pertanto, proprio perché formulata in termini Emergetici, esprime di per sé un'Eccedenza Ordinale, il cui *principale riflesso*, però, si ha proprio nel fattore di proporzionalità , che "veicola" (in sé) quella *Eccedenza* che non può essere espressa dal *solo* prodotto dei due flussi Emergetici $Em(u_1)$ ed $Em(u_2)$.

3. Il Processo di Retro-azione e la pertinente Regola di "contabilizzazione" della Qualità

Il concetto di "sistema a *contro-reazione*" è piuttosto noto in ambito tecnico (ricordiamo i sistemi di regolazione e controllo automatico). Ma non si sottolineerà mai abbastanza il fatto che esso è particolarmente diffuso anche (e soprattutto) nei Sistemi viventi *auto-organizzanti*. E ancor più perché il Processo di Retro-azione non conduce *solo* ad una più accentuata "stabilità" del Sistema (così come questa viene generalmente intesa nei sistemi a controllo automatico), ma anche ad una più elevata Ordinalità del Processo stesso, se considerato nel suo insieme, come un'*unica entità*.
A tal riguardo è doveroso sottolineare che la Regola introdotta da Odum per il Processo di Feed-back, più che rimarcare esplicitamente l'Eccedenza di Ordinalità che si genera nel Processo, tende ad evitare una sovra-contabilizzazione della stessa. Per questo la Regola viene abitualmente elencata all'interno di un ristretto gruppo di regole di carattere generale, volte ad evitare un "doppio conteggio" dell'Emergia generata all'interno di un Sistema Complesso. Più esattamente, la Regola in considerazione afferma che: "*Emergy cannot be counted twice within a system. In particular*: a) *by-products, when reunited cannot be summed; b) Emergy in feedbacks should not be double counted*" (Brown, 1993; Brown & Herendeen, 1996).
Pertanto Odum non fornisce un'esplicita *espressione formale* per il Processo di Feed-back. La Regola citata, infatti, è solo orientata a *prevenire* erronee modalità di conteggio, che condurrebbero ad una "artificiale" amplificazione dell'Emergia in uscita dal Sistema, in quanto non direttamente associata ad alcun processo *generativo*. In altre parole la Regola generale sottolinea le cautele da adottare per evitare un (pur sempre) possibile *doppio conteggio* di un *medesimo* contributo che, essendo stato originato in precedenti fasi generative, risulta per ciò stesso *già contabilizzato* attraverso le *altre* Regole adottate.
Per questo la Regola generale segnala, fra le varie possibili circostanze (in cui si potrebbe incorrere in un "doppio conteggio"), il caso particolarmente importante del Processo di Retro-azione.
Le ragioni di tale formulazione divengono facilmente comprensibili se si tiene conto del fatto che la relazione *formale* ingresso-uscita

$Em(y) = Tr_F \cdot Em(u)$ (3.1),

con Tr_F funzione di trasferimento dell'intero Processo di Feed-back, non viene ricavata secondo un approccio a "*black box*" tipico dei "controlli automatici". L'Emergia in uscita, infatti, viene ricavata "passo passo", applicando Regole di Algebra Emergetica ai vari Processi che lo costituiscono. Pertanto la *Em(y)* in uscita *include già* l'incremento di Ordinalità del ramo di Feed-back. Cosicché la componente "*cardinale*" della Tr_F "equivalente" non esprime più il *solo* valore del "guadagno" (quantitativo), ma veicola con sé quello che può dirsi il suo *principale* (e *specifico*) *contributo*: un incremento di Ordinalità. Che però risulta già incluso nell'Emergia in uscita dal Processo. Per questo non deve essere contabilizzato *due volte*, come avverrebbe se, per esempio, si considerasse il Feedback (in realtà dipendente dall'uscita del Processo) come un input Emergetico del tutto "*in-dipendente*" dall'ingresso al Sistema (che pure concorre alla generazione di quella uscita).

4. Dall'Algebra Emergetica al concetto di derivata *incipiente*

Le profonde novità introdotte dalle tre Regole di Algebra Emergetica precedentemente ricordate non possono essere direttamente trasposte in *ambito dinamico* facendo semplicemente ricorso alla derivata tradizionale, perché questo non è il concetto differenziale più appropriato allo scopo.
Tale forma di derivazione, infatti, traduce, sul piano linguistico, una Logica intesa come "*necessaria*" ed una Causalità come "efficiente". Il che conduce a stabilire poi delle relazioni formali di carattere meramente *funzionale*. Pertanto totalmente inadatte a rappresentare quella *Eccedenza* che si registra all'uscita di un Processo Generativo, perché questa non è *mai riducibile*, in particolare, a tali categorie mentali. Occorre pertanto far ricorso ad un nuovo concetto di "derivata" che, da un punto di vista "linguistico-formale", sia in grado di contemplare una possibile *eccedenza di significato*. A tal fine può essere di ausilio una semplice analogia tratta dall'usuale linguaggio quotidiano. E questo perché anche la Matematica, con i suoi concetti e i suoi caratteristici grafemi, può essere considerata come una *particolare* forma di Linguaggio.

4.1 Analogia linguistica come guida al concetto di derivata *incipiente*

E' ben noto (sin dai tempi di Aristotele) che, per dare la definizione di un *qualsiasi ente*, sono richieste almeno *due* parole (una sola parola, infatti, può rappresentare al più un sinonimo, ma non una definizione). In tal caso il primo termine funge da *genere* (*genus proximum*), il secondo da *specie* (o *differentia specifica*). Ma è altrettanto noto che, se i due termini vengono invertiti nella loro *sequenza topologica*, la definizione cambia profondamente di significato, perché in tal modo emerge un significato "*Extra*" (cioè ben *al di là* di quello iniziale). Come semplice esempio si può considerare il mutamento di significato nel passaggio: da "*padre buono*" a "*buon padre*".
Nel primo caso l'aggettivo "*buono*" esprime una proprietà come tante altre (p. es. alto, basso, grasso, etc.). Nel secondo caso, invece, a seguito della sua anteposizione al sostantivo "*padre*", è l'aggettivo stesso che funge da sostantivo, mentre "padre" assume la funzione di "specie" (ovvero di semplice attributo specificativo). Si ha così che l'espressione "*buon padre*" esprime che: "E' la bontà stessa che si è personificata in quel padre". Il "padre", in tal caso, non è più solo "buono", ma è *il prototipo stesso* della bontà.
Questa semplice operazione di "inversione", generalmente nota come "aggettivazione sostantivata", caratteristica di tutte le lingue (anche se non così ampiamente diffusa come in Italiano), suggerisce di operare, con riferimento alla tradizionale definizione di derivazione, in modo sostanzialmente analogo, per pervenire così ad un nuovo concetto di derivazione, sicuramente più *intensivo* rispetto a quello precedente.

4.2 Inversione di priorità fra i tre concetti fondamentali nella definizione di derivata

Quanto appena esposto acquista un più preciso significato se si considera che la tradizionale definizione di derivata di una funzione *f(t)* data in Analisi Matematica

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta}{\Delta t} f(t) \qquad (4.1)$$

è una definizione che può dirsi "*a posteriori*" (pensiamo, ad esempio, alla definizione di velocità). La (4.1), infatti, anche se viene generalmente *letta* da sinistra verso destra, è invece *coerentemente* interpretata *da destra verso sinistra*. In altre parole il suo significato è fondato sulla *priorità inversa* dell'ordine dei tre elementi che costituiscono la sua definizione: i) il concetto di funzione (assunto come concetto primario); ii) il rapporto incrementale (della funzione, che si suppone nota); iii) l'operazione di limite (riferita al risultato delle due fasi precedenti). Se ora, in analogia a quanto svolto nell'esempio "verbale" precedentemente ricordato, invertiamo l'ordine di priorità nella (4.1), ed interpretiamo la sequenza di simboli che vi compaiono secondo lo stesso ordine in cui essi sono trascritti (cioè *da sinistra verso destra*), si origina un *nuovo concetto di derivata* che, per le ragioni appresso specificate, può essere definita "incipiente" (o "prioritaria"). E' altresì evidente che, in analogia a quanto avviene nel caso dell' "aggettivazione sostantivata", in cui sia l'aggettivo che il sostantivo (a seguito della inversione topologica) cambiano di natura, così muteranno di *natura* e *significato* anche i concetti di *limite* e di *rapporto incrementale*.

5. Definizione di derivata "incipiente" (o "prioritaria")

La derivata "incipiente", di ordine intero, può essere così definita (Giannantoni 2001d, 2002):

$$\frac{\tilde{d}^n}{\tilde{d}t^n} f(t) = \underset{\tilde{\Delta}t:0 \to 0^+}{\tilde{L}im} \cdot \left(\frac{\tilde{\tilde{\delta}} - 1}{\tilde{\Delta}t} \right)^n \cdot f(t) \qquad (5.1).$$

In essa: i) il simbolo di limite ($\underset{\tilde{\Delta}t:0 \to 0^+}{\tilde{L}im}$) non è più (come nel caso della (4.1)) l'*ultimo* operatore della sequenza, ma è un "Limite sorgivo", ovvero una "soglia" (o *Limen*) a partire dalla quale iniziamo la "registrazione" del Processo Generativo in esame; ii) il simbolo associato ($\tilde{\Delta}t$:0→0$^+$) vuole espressamente indicare che ora la variazione temporale $\tilde{\Delta}t$ non è più una semplice registrazione "esterna" al Processo, ma è la registrazione (sicuramente osservata dall'esterno), ma di un Processo che è guidato da un proprio *dis-equilibrio* interiore (di cui noi registriamo l'evoluzione); iii) la variazione temporale $\tilde{\Delta}t$ può anche essere reale, ma è in generale da considerarsi come virtuale (l'associato simbolo $\tilde{\Delta}$ ci ricorda tale assunzione); iv) l'ulteriore specificazione (:0→0$^+$) non solo indica il *verso* della registrazione temporale, ma esprime ancor più chiaramente che il simbolo di "Limite" ($\underset{\tilde{\Delta}t:0 \to 0+}{\tilde{L}im}$) è la "cifra" di ciò che si origina (sorgivamente) in conseguenza di una infinitesima variazione virtuale , immediatamente a valle di un prefissato istante t, e che poi, a sua volta, *attiva* la sequenza dei successivi "generatori"; v) infatti lo *squilibrio* dinamico del Processo, registrato attraverso $\tilde{\Delta}t$, corrisponde ad una traslazione virtuale rappresentabile attraverso il "generatore" $\tilde{\delta}$:

$$\tilde{\delta}t = t + \tilde{\Delta}t \qquad (5.2),$$

inteso come un generatore *prioritario* rispetto a quelli che lo seguono nella (5.1), ma comunque posteriore alla vera *operazione primaria*: la registrazione del *dis-equilibrio* originario del Processo attraverso il $\tilde{\Delta}t$; vi) in modo analogo, quando il "generatore" $\tilde{\delta}$ è riferito alla funzione *f(t)*, la relazione

$$\tilde{\delta}f(t) = f\,(t + \tilde{\Delta}t) \qquad (5.3)$$

esprime il fatto che il "generatore" $\tilde{\delta}$ è all'origine della "traslazione temporale" della funzione; tuttavia, anche in questo caso, il secondo membro della (5.3) non è più inteso come un semplice "*dato*" (cioè come il risultato di un *processo necessario*), ma come la registrazione di un "*datum*", e cioè come *esito* specifico di un *Processo Generativo*; vii) in altri termini, il simbolo $\tilde{\delta} f(t)$ non è la semplice rappresentazione del secondo membro della (5.3), perché "l'operatore" $\tilde{\delta}$ è *prioritario* rispetto a *f(t)*; come tale è colui che "origina" tale traslazione; viii) "l'operatore" può più propriamente definirsi "generatore" perché, in base alla definizione (5.3), esso "agisce" come *generatore* di una traslazione; ix) il nome "generatore", inoltre, ci ricorda anche che esso agisce in combinazione con qualcos'altro: $\tilde{\delta}$ è infatti il "principio" *prius*, *f(t)* è il "principio" *posterius*, ed $f\,(t + \tilde{\Delta}t)$ è ciò che "si origina" dalla combinazione di entrambi. Tale risultato (o "prodotto") è *qualcosa di nuovo*, anche se, nel contempo, conserva le principali caratteristiche *genetiche* dei suoi "principi" generatori; x) analoghe considerazioni possono essere svolte anche con riferimento al"generatore" $\left(\frac{\tilde{\tilde{\delta}} - 1}{\tilde{\Delta}t} \right)$; xi) cosicché il carattere prioritario della sequenza dei generatori precedentemente illustrati conferisce al simbolo $\frac{\tilde{d}^n}{\tilde{d}t^n}$ una sua *specifica priorità*, per cui conseguentemente si ha:

$$\frac{\tilde{d}^n}{\tilde{d}t^n} e^{\varphi(t)} = [\varphi'(t)]^n \cdot e^{\varphi(t)} \qquad (5.4);$$

xii) tale risultato, valido per *n* intero, è altresì valido per *qualsiasi* numero *frazionario* $q \in Q$. Il simbolo "uguale", inoltre, potrebbe meglio rappresentarsi con $\overset{\mapsto}{=}$, per indicare così sia il *verso* (→) del Processo Generativo (da sinistra a destra), sia l'*aderenza* (↦) del *prodotto generato* (secondo membro) ai suoi presupposti *generativi* (primo membro).

6. Differenze ed analogie rispetto alla derivata tradizionale

Al tal fine si può partire proprio dall'analisi della (5.4). Possiamo inizialmente supporre, per semplicità espositiva, di trovarci ancora dinanzi ad "operatori" di tipo tradizionale (cioè di carattere *necessario*, invece che generatori), caratterizzati però da una loro specifica *priorità topologica*. Si può così pensare di ristrutturare la funzione $e^{\varphi(t)}$ in modo tale da poterla "introdurre" all'interno della "potenza" n che caratterizza la derivata incipiente. Potremo allora scrivere, con semplici passaggi:

$$\frac{\tilde{d}^n}{\tilde{d}t^n}\, e^{\varphi(t)} = \frac{\tilde{d}^n}{\tilde{d}t^n}\, e^{\varphi(t)\,(n+1-n)} = [\frac{\tilde{d}}{\tilde{d}t}\, e^{\varphi(t)}]^n \cdot e^{(1-n)\varphi(t)} = [\varphi']^n \cdot e^{n\varphi(t)}$$
$$\cdot\, e^{(1-n)\varphi(t)} = [\varphi']^n \cdot e^{\varphi(t)} \qquad (6.1).$$

Nella (6.1) abbiamo evidentemente fatto ricorso al concetto di *priorità topologica* della $\tilde{d}/\tilde{d}t$ per cui questa è stata conseguentemente "applicata" solo al *primo* dei due fattori che compaiono nella successiva (6.2), secondo la specifica priorità topologica che li caratterizza

$$e^{\varphi(t)\,(n+1-n)} = e^{n\varphi(t)} \cdot e^{(1-n)\varphi(t)} \qquad (6.2).$$

La (5.4), in realtà, non è tanto da intendersi in termini "operatoriali" (ancorché prioritari) quanto, più propriamente, in termini "*generativi*". Per cui occorre riconoscere che essa non è altro che la "rappresentazione" linguistico-formale di un Processo Generativo in cui la $\tilde{d}/\tilde{d}t$, come generatore prioritario, "enuclea" dalla funzione considerata le sue specifiche *proprietà genetiche* $[\varphi'(t)]$, che poi rimpiazzano la *generatività* $\tilde{d}/\tilde{d}t$ nella medesima posizione, e con la stessa priorità topologica (da sinistra a destra). Ciò consente anche di comprendere più facilmente un'altra importantissima differenza rispetto alla derivata tradizionale. Nella (5.4), infatti, si è inizialmente supposto (in via del tutto preliminare) che la derivata prima di $\varphi(t)$, in termini incipienti, coincidesse "esattamente" con la derivata prima $\varphi'(t)$ intesa in senso tradizionale. Per chiarire le analogie, ma anche le profonde differenze, è opportuno adottare due distinte notazioni per i due diversi tipi di derivata.
La $\varphi'(t)$, di tipo tradizionale, può essere alternativamente indicata con la notazione "punto" di Newton ($\dot{\varphi}(t)$); la corrispondente derivata incipiente, per analogia, può essere rappresentata con la notazione "cerchietto" $\mathring{\varphi}(t)$. Si può allora riconoscere che, sulla base della definizione (5.1): i) la $\mathring{\varphi}(t)$ "coincide", in termini *cardinali*, con la derivata *destra* $\dot{\varphi}(t)^+$; ii) tenuto poi conto che per definizione di derivata (tradizionale) si ha che $\dot{\varphi}(t)^+ = \dot{\varphi}(t)^- = \dot{\varphi}(t)$, si può anche affermare che la $\mathring{\varphi}(t)$ "coincide" *cardinalmente* con la $\dot{\varphi}(t)$; iii) *tuttavia* i due valori, fra loro coincidenti, hanno *origine profondamente diversa*. Infatti, mentre $\dot{\varphi}(t)$ è l'esito di un processo *necessario*, e pertanto può intendersi come un *dato* (anche se *derivato*), la $\mathring{\varphi}(t)$ è invece l'esito di un Processo Generativo (a carattere "sorgivo") che viene semplicemente "riconosciuto" e "registrato" come tale. Perciò (come già anticipato) la $\mathring{\varphi}(t)$ può dirsi, più propriamente, un "*datum*" (e non semplicemente un "dato") perché ottenuto *non* per via *necessaria*, ma per "assegnazione" *aderente*; iv) un'altra caratteristica fondamentale della derivazione incipiente (che la differenzia profondamente da quella tradizionale) è che la (5.4) può essere facilmente generalizzata a *qualsiasi* funzione $f(t)$. Infatti è sempre possibile scrivere $f(t) = e^{\ln f(t)}$, e pertanto, in perfetta aderenza alla (5.1), sia avrà:

$$\frac{\tilde{d}^n}{\tilde{d}t^n}\, f(t) = \frac{\tilde{d}^n}{\tilde{d}t^n}\, e^{\ln f(t)} = \left(\frac{\tilde{f}'(t)}{f(t)}\right)^n \cdot e^{\ln f(t)} = \left(\frac{\tilde{f}'(t)}{f(t)}\right)^n \cdot f(t) = \left(\tilde{\beta}_f(t)\right)^n \cdot f(t) \qquad (6.3),$$

in cui il fattore di similarità $\tilde{\beta}_f(t)$ agisce nell'Eq. (6.3) come un nuovo "generatore", similmente a quanto avviene nella (5.4) per la $\varphi'(t)$ (che, d'ora in poi, sarà più propriamente indicata con $\mathring{\varphi}(t)$).

7. Derivazione "incipiente" e Algebra Emergetica in *condizioni dinamiche*

La disponibilità della derivata incipiente consente allora di trasporre facilmente, in ambito dinamico, le tre Regole fondamentali di Algebra Emergetica precedentemente ricordate. Infatti:

a) Per la Co-produzione: è facile riconoscere che occorrerà far ricorso alla derivazione *frazionaria* di ordine1/2 (nel caso di 2 co-prodotti), perché in tal modo la derivazione incipiente della generica funzione $e^{\varphi(t)}$, espressa da

$$\frac{\tilde{d}^{1/2}}{\tilde{d}t^{1/2}}\, e^{\varphi(t)} = [\mathring{\varphi}(t)]^{1/2} \cdot e^{\varphi(t)} \qquad (7.1)$$

fornirà così *due* distinti risultati, in ragione delle due distinte radici di $[\mathring{\varphi}(t)]^{1/2}$. Tuttavia, oltre al carattere prioritario del generatore $\tilde{d}/\tilde{d}t$, si dovrà tener conto anche del fatto che la derivazione *incipiente* (di *qualunque* ordine) è soprattutto un concetto *unitario,* in quanto fedele *riflesso* della *intrinseca unità* (*ed unicità*) del Processo Generativo considerato. Pertanto le due radici di $[\mathring{\varphi}(t)]^{1/2}$, benché tra loro distinte, non potranno più essere pensate semplicemente "giustapposte", come costituenti un semplice "vettore". Risulteranno invece così intimamente legate fra loro da formare un'*unica e sola entità*, di natura Eccedente, perché l'esito della (7.1) rappresenta qualcosa di *ben più* che una semplice combinazione "vettoriale"[2]. Una entità che potrà pertanto essere definita "binaria", ed essere così rappresentata

$$\frac{\tilde{d}^{1/2}}{\tilde{d}t^{1/2}}\, e^{\varphi(t)} = \left(\begin{array}{c} +\sqrt{\mathring{\varphi}(t)} \\ -\sqrt{\mathring{\varphi}(t)} \end{array}\right) \cdot e^{\varphi(t)} \qquad (7.2).$$

Ed è sulla base di queste nuove funzioni (o forse meglio, "Relazioni Ordinali") che è poi possibile estendere la validità della Regola di Algebra Emergetica (pertinente la Co-produzione) anche a condizioni di regime dinamico *comunque variabili* (Giannantoni 2004a,c, 2006a, 2007), tenendo anche conto dell'ulteriore novità costituita dal fatto che ora i segni "+/–", che compaiono nella (7.2), non hanno *solo* un significato "algebrico", ma sono segni di una *specularità d'azione* che è *interiore* allo stesso Processo Co-produttivo;

b) Per l'Inter-azione: avviene qualcosa di molto simile. Infatti, è la derivazione di ordine 2 quella che, in questo caso, caratterizza il Processo Generativo di tipo inter-attivo (ib.). Le nuove "funzioni" che così si originano potranno pertanto dirsi a "duetto" e, per distinguerle dalle precedenti, verranno indicate con il simbolo [,]. Tuttavia, un più approfondito esame del Processo di Interazione è in grado si mostrare (ib.) che esso è sempre accompagnato da un Processo co-produttivo *soggiacente*, di cui ne costituisce, a sua volta, una sorta di amplificazione. Per questo motivo la derivazione incipiente che lo caratterizza sarà, più propriamente, di ordine 2/2. Espressione questa che non si riduce a "1" (come nel tradizionale calcolo *cardinale*), ma rappresenta invece una *nuova entità*, intesa come *unum*, composta da un "duetto" di funzioni "binarie". E come tale essa rappresenta un'Eccedenza rispetto alla funzione originaria $e^{\varphi(t)}$, perché non è ad essa riducibile per mezzo di operazioni di sola cardinalità, proprio perché è stata (da essa) ottenuta attraverso una derivazione incipiente.
Nel caso specifico in cui $Em_1 = Em_2$ (che poi rappresenta il più semplice caso di *non-linearità*, come, ad esempio, nell'Equazione di Riccati (ib.)), il Processo di Inter-azione, in termini dinamici, potrà essere descritto dalla *relazione generativa*

$$\frac{\tilde{d}^{2/2}}{\tilde{d}t^{2/2}}\, e^{\varphi(t)} = \left[\begin{pmatrix} +\mathring{\varphi}(t) \\ -\mathring{\varphi}(t) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} +\mathring{\varphi}(t) \\ -\mathring{\varphi}(t) \end{pmatrix}\right] \cdot e^{\varphi(t)} \qquad (7.3)^{[3]};$$

Tab. 1 – Differenze ed analogie fra il Calcolo Differenziale *Tradizionale* e quello *Incipiente*

Calcolo Differenziale *Tradizionale*	**Calcolo Differenziale *Incipiente***
1. Le Equazioni Differenziali Lineari a coefficienti *variabili*: per $n > 1$, non hanno soluzione esplicita in termini finiti e quadrature (solo sviluppi in serie)	1. Le Equazioni Differenziali Lineari a coefficienti *variabili*: hanno sempre soluzione esplicita in *termini finiti* e *quadrature* per qualunque ordine n
2. Le Equazioni Differenziali Lineari di ordine *frazionario* non forniscono significativi contributi qualitativi: infatti le derivate di tipo frazionario possono sempre ridursi a quelle ordinarie (Oldham & Spanier, 1974)	2. Le Equazioni Differenziali Lineari di ordine *frazionario* generano *nuove classi* di funzioni, come le funzioni "binarie", le funzioni "duetto" o "binarie-duetto" (multiplo) (v. rispettivamente Co-produzione, Inter-azione, Feed-back)
3. Per le Equazioni Differenziali *non-Lineari* non esistono teoremi generali di *esistenza* e di *unicità* delle soluzioni. Esse inoltre non hanno in generale soluzioni in forma chiusa (a parte rari casi particolari)	3. Le Equazioni Differenziali "*non-Lineari*" ammettono sempre una *soluzione in forma chiusa*, e la loro *non-linearità* si rivela come una forma di Sovra-Linearità
4. Non sussiste una "persistenza di forma" fra la derivata del primo ordine e quelle di ordine superiore. P. es.: $\frac{d}{dt} e^{\alpha(t)} = \alpha'(t) \cdot e^{\alpha(t)}$ $\frac{d^2}{dt^2} e^{\alpha(t)} = [\alpha'(t)]^2 \cdot e^{\alpha(t)} + \alpha''(t) \cdot e^{\alpha(t)}$	4. Sussiste sempre una *persistenza di forma* fra la derivata del primo ordine e quelle di ordine superiore $\frac{\tilde{d}^n}{\tilde{d}t^n} e^{\alpha(t)} = [\mathring{\varphi}(t)]^n \cdot e^{\alpha(t)}$
5. La derivazione *a posteriori* comporta condizioni *necessarie* e *sufficienti*. P. es.: $f(t) = cost \rightleftarrows \frac{d}{dt} f(t) = 0$	5. La derivazione *incipiente* (o prioritaria) ammette solo condizioni di *aderenza, non* di sufficienza. P. es.: $f(t) = cost \;\substack{\longmapsto \\ \not\longleftarrow}\; \frac{\tilde{d}}{\tilde{d}t} f(t) = 0$

c) Nel caso della Retro-azione: il Processo Generativo sarà invece rappresentato da una derivazione di Ordine *m/n*. Cioè da un Processo Co-produttivo (di ordine *n*) che si instaura fra *ingresso* e *uscita*, *amplificato* dalla persistente consonanza (a "*duetto multiplo*", di ordine *m*) sussistente fra l'uscita (intesa come feed-back) e l'ingresso al Processo (inteso come riferimento)(ib.). Alternativamente, la Retro-azione potrà anche vedersi come una sorta di "Inter-azione", fra un "prodotto" *generato* (e amplificato in Qualità) e il suo "progenitore", in una condizione di migliorata risonanza a carattere co-produttivo. Una sorta di *dialogo inter-attivo* tra "pro-nipote" *e* "ascendente" (per rimarcare così il *senso* di *Retro*-azione) o, forse meglio, fra "*pro-genitore*" e "*pro-nipote*", per una più fedele aderenza al *senso* dell'Ordinalità *crescente*. (ib.).

8. Conclusioni. Una Nuova Matematica per i Processi Generativi

Concludiamo questa sintetica esposizione ricordando semplicemente che la ricerca di una Matematica finalizzata alla generalizzazione *dinamica* delle Regole di Algebra Emergetica ha condotto alla definizione di un nuovo concetto di derivazione e, conseguentemente, ad un diverso tipo di Calcolo Differenziale, i cui principali vantaggi (rispetto a quello tradizionale) vengono sinteticamente posti a confronto in Tab. 1, e più ampiamente illustrati nella Bibliografia specifica qui di seguito riportata.

Bibliografia

1) Brown M. T., 1993. *Workshop on Emergy Analysis*. Siena, 20-25 Settembre.
2) Brown M. T. e Herendeen R. A., 1996. *Embodied Energy Analysis and EMERGY analysis: a comparative view*. Ecological Economics 19 (1996), 219-235.
3) Giannantoni C., 1994. *Equazioni Differenziali a Coefficienti Costanti. Nuovo Metodo Generale di Soluzione*. ENEA - RT/ERG/94/23, Roma.
4) Giannantoni C., 1995. *Linear Differential Equations with Variable Coefficients. Fundamental Theorem of the Solving Kernel*. ENEA - RT/ERG/95/07, Roma.
5) Giannantoni C., 2000a. *Toward a Mathematical Formulation of the Maximum Em-Power Principle*. Proceedings of the First Biennial Emergy Analysis Research Conference. Univ. of Florida, Gainesville (USA), p. 155-169.
6) Giannantoni C., 2000b. *Multiple Bifurcation as a Solution of a Linear Differential Equation of Fractional Order*. International Congress of "Qualitative Theory of Differential Equations". Siena, 18-20 Settembre.
7) Giannantoni C., 2001a. *Advanced Mathematical Tools for Energy Analysis of Complex Systems*. Proceedings of the International Workshop on "Advances in Energy Studies". Porto Venere, 23-27 Maggio, 2000. Ed. SGE, Padova, pp. 563-572.
8) Giannantoni C., 2001b. *The Problem of the Initial Conditions and Their Physical Meaning in Linear Differential Equations of Fractional Order*. Third Workshop on "Advanced Special Functions and Related Topics in Differential Equations" - June 24-29 – Melfi (Italy). Applied Mathematics and Computation 2003;(141): 87-102.
9) Giannantoni C., 2001c. *Mathematical Formulation of the Maximum Em-Power Principle*. Second Biennial International Emergy Conference. Gainesville (Florida, USA), September 20-22.
10) Giannantoni C., 2001d. *Mathematics for Quality: in Living and Non-Living Systems*. Second Emergy Evaluation and Research Conference. Gainesville (Florida, USA), September 20-22.
11) Giannantoni C., 2002. *The Maximum Em-Power Principle as the basis for Thermodynamics of Quality*. Ed. SGE, Padova, pp. 187. ISBN 88-86281-76-5.
12) Giannantoni C., 2003a. *Il Quarto Principio della Termodinamica e il concetto di Qualità nelle Discipline Scientifiche e Umanistiche*. Incontro-Dibattito - Università "Gabriele D'Annunzio" – Pescara. Edizione a cura dell'Ordine degli Ingegneri e dell'Amministrazione Provinciale di Pescara, 4 Aprile, Pescara.
13) Giannantoni C., 2003b. *La matematica dei Processi Generativi*. Atti del Convegno sul "Calcolo matematico precolombiano". Istituto Italo-Latino Americano, 21 Ottobre, Roma.
14) Giannantoni C., 2004a. *Differential Bases of Emergy Algebra*. Proceedings of Third Emergy Conference. Gainesville, Florida, USA, January 29-31.
15) Giannantoni C., 2004b. *Thermodynamics of Quality and Society*. Proceeding of International Workshop on "Advances in Energy Studies", Campinas, Brazil, June 16-19, p. 139-157.
16) Giannantoni C., 2004c. *Mathematics for Generative Processes: Living and Non-Living Systems*. Applied Mathematics and Computation 2006;(189): 324-340.
17) Giannantoni C., 2004d. *A harmonious dissonance*. Ecological Modelling, 178 (2004) 263-265.
18) Giannantoni C., 2006a. *Emergy Analysis as the First Ordinal Theory of Complex Systems*. Proceedings of Fourth Emergy Conference 2006. Gainesville, Florida, USA, January 17-22.
19) Giannantoni C., 2006b. *Il Principio della Massima Potenza Emergetica come base per una Termodinamica della Qualità*. Edizioni Sigraf, Pescara, ISBN 88-901622-1-X.
20) Giannantoni C., 2007. *Armonia delle Scienze* (*volume primo*). *La Leggerezza della Qualità*. Edizioni Sigraf, Pescara, ISBN 978-88-95566-00-9.
21) Monastra G., 2000. *Le origini della vita*. Ed. Il Cerchio - Itacalibri, Ravenna.
22) Odum H. T. e Pinkerton R. C., 1955. *Time Speed Regulator: the Optimum Efficiency for Maximum Power Output in Physical and Biological Systems*. American Scientist, 43 (1955), 331-343.
23) Odum H. T., 1983. *Maximum Power and Efficiency: a Rebuttal*. Ecological Modelling, 20 (1983), 71-82.
24) Odum H. T., 1988. *Self-Organization, Transformity and Information*. Science, v. 242, pp. 1132-1139, November 25.
25) Odum H. T., 1994a. *Ecological and General Systems. An Introduction to Systems Ecology*. Re. Edition. University Press Colorado.
26) Odum H. T., 1994b. *Environmental Accounting*. Environ. Engineering Sciences. Univ. of Florida.
27) Odum H. T., 1994c. *Ecological Engineering and Self-Organization*. Ecological Engineering. An Introduction to Ecotechnology. Edited by Mitsch W. and Jorgensen S. J Wiley & Sons, Inc..
28) Odum H. T., 1994d. *Self Organization and Maximum Power*. Environ. Engineering Sciences. University of Florida.
29) Odum H. T., 1995a. *Public Policy and Maximum Empower Prin-*

ciple. Net EMERGY Evaluation of Alternative Energy Sources. Lectures at ENEA Headquarters, May 24, 1995.
30) Odum H. T., 1995b. *Energy Systems and the Unification of Science.* From *Maximum Power. The Ideas and Applications of H. T. Odum.* C. A. S. Hall, Editor. University Press Colorado.
31) Odum H. T. e Odum E. C., 2001. *A Prosperous Way Down.* University Press Colorado.
32) Oldham K. B. e Spanier J., 1974. *The Fractional Calculus. Theory and Applications of Differentiation and Integration to Arbitrary Order.* Academic Press, Inc., London.
33) Ulgiati S., 2000. *Energy, Emergy and Embodied Exergy: diverging or converging approaches.* Proceedings of the First Biennial Emergy Analysis Research Conference. Univ. of Florida, Gainesville (USA), p. 15-31.

[1] Le (1.1) e (1.2) possono ovviamente essere trascritte, per ragioni di praticità, con l'abituale segno di uguaglianza (=), che però non va inteso in termini di algebra tradizionale. Se invece ciò (erroneamente) avviene, si finisce per vedere in esse una violazione del Principio di conservazione dell'Energia. Senza contare il "rischio" (sempre presente) di ricondursi poi ad una lettura strettamente "funzionale", mentre le (1.1) e (1.2) rappresentano il primo tentativo di un'Algebra propriamente "*a-funzionale*".

[2] E ciò corrisponde esattamente al concetto che Odum ha inteso esprimere attraverso le regole di "assegnazione" (1.1) e (1.2). Riconoscere cioè, e poi rappresentare, in appropriati termini formali, la *specificità* del Processo di Co-produzione, fondato sulla *impossibilità* di generare un prodotto senza *co-generare* anche l'altro.

[3] Nel caso generale ($Em_1 \neq Em_2$) la funzione $\varphi(t)$ risulterà sovrastrutturata; p. es., nella forma $\varphi(t) = \Phi(\chi(t))$.

IL PRINCIPIO DELLA MASSIMA POTENZA EMERGETICA COME BASE PER UNA TERMODINAMICA DELLA QUALITÀ

C. Giannantoni

Ed. Sigraf 2006

Il Principio della Massima Potenza Emergetica come base per una Termodinamica della Qualità rappresenta la versione Italiana dello stesso lavoro pubblicato originariamente in Inglese con il titolo *The Maximum Em-Power Principle as the basis for Thermodynamics of Quality* (co-finanziato dal Center for Environmental Policy dell'Università della Florida; Ed. S.G.E., Padova, Novembre 2002).

Tale Principio già intuito da Boltzmann nel 1886, fu enunciato da A. Lotka nel 1922 (nella versione preliminare di *Maximum Power Principle*) e contestualmente proposto come Quarto Principio della Termodinamica. Ripreso poi da H. T. Odum (e dalla sua Scuola) a partire dal 1955, è stato riproposto in forma ancor più generale (come *Maximum Em-Power Principle*) attraverso l'introduzione della *Emergia* (1984), grandezza fisica che esprime l'*Energy memory* dei *processi generativi* che sono all'origine di ogni Sistema *autorganizzante*.

Questo Principio, tuttavia, benché dimostratosi ampiamente valido nelle più svariate applicazioni, tanto da rappresentare la versione più generale dei precedenti criteri di "massimizzazione", non disponeva, fino al 2001, di una formulazione matematica in termini del tutto generali. Ed è esattamente questo il tema centrale del volume in oggetto.

Tale formulazione, peraltro, non consente solo di chiarire la lunga *querelle* sulla natura di tale "*Principio*" (se cioè da intendersi in senso classico o in termini più generali), ma offre anche la possibilità di una attenta rilettura dei Principi Termodinamici già noti, nonché delle più tradizionali Leggi della Meccanica Classica, Relativistica e Quantistica, come pure dell'Elettromagnetismo. Apre inoltre la strada a prospettive Termodinamiche ancor più interessanti per l'immediato futuro come, per esempio, quella concernente l'*Ordinalità gerarchica dell'Universo* (proposta dallo stesso Odum come Quinto Principio Termodinamico) e di cui pure, nel volume considerato, si analizza il solido fondamento.

Ma le conseguenze della formulazione matematica non si limitano ai soli aspetti strettamente Fisico-Meccanici. Il *Maximum Em-Power Principle*, infatti, si fonda su un rinnovato concetto di *Qualità*, che suggerisce una diversa concezione della *Logica*. Cioè un diverso modo di *pensare* e, conseguentemente, anche un diverso modo di "esprimersi", soprattutto in termini formali.

Suggerisce cioè una nuova *Matematica*, più aderente a tale rinnovato *pensiero* e alla sua relazione con i *processi* considerati. Ciò comporta anche un rinnovato rapporto *Gnoseologico* fra "soggetto conoscente" ed "oggetto conosciuto". Il che vuol dire poi, in ultima analisi, un diverso modo di *agire*. E tutto ciò perché la *Qualità* che si manifesta nei Processi Generativi può essere rintracciata (con analoghe modalità) in qualsiasi ambito di ricerca. Ed il *Principio della sua Massimizzazione* può costituire così un fondato criterio "guida" per accrescere, progressivamente, l'*armonia* delle interazioni fra l'Uomo e L'Ambiente (inteso questo nel più ampio senso del termine).